

$$\begin{cases} x_1 = 2 - \frac{1}{4}x_3 - \frac{9}{4}x_4 \\ x_2 = -\frac{5}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_4 \end{cases} \quad (12)$$

Нормальная фундаментальная система решений (8.4 а)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Убираем x_1 :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_2 + 12x_3 - 10x_4 = 0 \\ x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 0 \\ 5x_2 + 30x_3 - 25x_4 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Делим (2) на 2 и (3) на 5

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 0 \\ x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 0 \\ x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 0 \\ 0 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2x_3 - 2x_4 \\ x_2 = -6x_3 + 5x_4 \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} x_1 = 8x_3 - 7x_4 \\ x_2 = -6x_3 + 5x_4 \end{cases} \quad (18)$$

Общее решение в виде столбца:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8x_3 - 7x_4 \\ -6x_3 + 5x_4 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8x_3 \\ -6x_3 \\ x_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7x_4 \\ 5x_4 \\ 0 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} x_3 + \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} x_4 \quad (19)$$

НФСР:

$$\begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

2 Правило Крамера (8.6 г)

$$AX = B \quad (21)$$

$$X = A^{-1}B \quad (22)$$

$$x_i = x_{i1} = \sum_{k=1}^n (A^{-1})_{ik} b_{k1} = \sum_{k=1}^n \frac{(A^T)_{ik}}{\det(A)} b_{k1} = \frac{1}{\det(A)} \sum_{k=1}^n b_{k1} A_{ki} \quad (23)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases} \quad (24)$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} \boxed{3} & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 2 & \boxed{3} & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \boxed{3} \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$\Delta = 4, \quad \Delta_1 = 9, \quad \Delta_2 = -3, \quad \Delta_3 = -3 \quad (26)$$

$$x = \frac{9}{4}, \quad x = -\frac{3}{4}, \quad x = -\frac{3}{4} \quad (27)$$