

1 Действия с матрицами

1.1 Умножение матрицы на число

$$\alpha A = C$$

$$\alpha a_{ij} = c_{ij}$$

пример

$$2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 6 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

1.2 Сложение матриц

$$A + B = C$$

$$a_{ij} + b_{ij} = c_{ij}$$

пример

$$\begin{pmatrix} 1 & \boxed{2} & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & \boxed{3} & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \boxed{5} & 2 \\ 5 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

1.3 Умножение матриц

$$A \cdot B = C$$

$$\sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} = c_{ij}$$

пример

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 6 \\ 8 & 19 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

c_{11}

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boxed{1} & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{6} & 8 & 6 \\ 8 & 19 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 6$$

c_{12}

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \boxed{3} & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & \boxed{8} & 6 \\ 8 & 19 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 8$$

$$C_{13} \quad \begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & \boxed{1} \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & \boxed{6} \\ 8 & 19 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 6$$

$$C_{21} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \boxed{3} & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boxed{1} & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 6 \\ \boxed{8} & 19 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$3 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 8$$

$$C_{22} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \boxed{3} & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \boxed{3} & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 6 \\ 8 & \boxed{19} & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 9 + 1 + 9 = 19$$

$$C_{23} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \boxed{3} & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & \boxed{1} \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 6 \\ 8 & 19 & \boxed{8} \\ 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$3 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 8$$

1.4 Транспонирование

$$A^T : a_{ij}^T = a_{ji}$$

пример

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2 Определители

Перестановки

$$0) \quad (\underbrace{2, 3, 5, 4, 1})$$

$$1) \quad (\underbrace{1, 3, 5, 4, 2})$$

$$2) \quad (\underbrace{1, 2, 5, 4, 3})$$

$$3) \quad (1, 2, 3, \underbrace{4, 5})$$

Три перестановки - нечётная

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 4 & 7 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3 < 5, 6, 4, 7 \quad 4$$

$$1 < 5, 6, 4, 7, 2 \quad 5$$

$$2 < 5, 6, 4, 7 \quad 4$$

$$7 < \dots \quad 0$$

$$4 < 5, 6 \quad 2$$

$$6 < \dots \quad 0$$

$$4 + 5 + 4 + 0 + 2 + 0$$

Нечётное число

Определители по определению

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{a} & b \\ c & \boxed{d} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & \boxed{b} \\ \boxed{c} & d \end{pmatrix}$$

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \equiv \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - 5 \cdot 5 = 9 - 25 = -16$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 3 \\ 5 & \boxed{1} & 4 \\ 3 & 2 & \boxed{5} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 3 \\ 5 & 1 & \boxed{4} \\ 3 & \boxed{2} & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & \boxed{2} & 3 \\ \boxed{5} & 1 & 4 \\ 3 & 2 & \boxed{5} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & \boxed{2} & 3 \\ 5 & 1 & \boxed{4} \\ \boxed{3} & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & \boxed{3} \\ \boxed{5} & 1 & 4 \\ 3 & \boxed{2} & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & \boxed{3} \\ 5 & \boxed{1} & 4 \\ \boxed{3} & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(1, 2, 3) \quad (1, 3, 2) \quad (2, 1, 3) \quad (2, 3, 1) \quad (3, 1, 2) \quad (3, 2, 1)$$

$$1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1$$

$$\det A = 1 \cdot 1 \cdot 5 - 1 \cdot 4 \cdot 2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 3 + 3 \cdot 5 \cdot 2 - 3 \cdot 1 \cdot 3 =$$

$$= 5 - 8 - 50 + 24 + 30 - 9 = -3 - 5 = -8$$